

Berechnung der Druckverteilung von ebenen Schaufelgittern mit stark gewölbten Profilen

Hubert, Georg

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 9, 1957,
S.106-114



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Berechnung der Druckverteilung von ebenen Schaufelgittern mit stark gewölbten Profilen*)

Von Georg Hubert

Mit 5 Abbildungen

Vorgelegt von Herrn H. Schlichting

Summary: In the course of systematic investigations on two-dimensional cascade flow, which have been conducted at the Institute of Fluid Mechanics of the Engineering University of Braunschweig, pressure distributions and angles of outflow have been calculated for two turbine cascades with highly cambered blades, at five different angles of inflow each. The method used is that of conformal mapping due to W. Traupel. The theoretical results have been compared with experiments. Theoretical and experimental pressure distributions are in good agreement. For the angle of outflow the effect of viscosity is not negligible and, therefore, the agreement of theoretical and experimental results is not as good as for the pressure distributions.

Übersicht: Im Rahmen eines umfangreichen Forschungsprogramms über ebene Gitterströmungen wurden im Institut für Strömungsmechanik der T. H. Braunschweig für zwei Schaufelgitter mit stark gewölbten Profilen nach dem mit konformer Abbildung arbeitenden Traupelschen Verfahren für je fünf verschiedene Zuströmwinkel die potentialtheoretischen Druckverteilungen und die Abströmwinkel berechnet. Die Ergebnisse der Rechnung wurden mit Messungen an ebenen Gittern verglichen, wobei sich gute Übereinstimmung ergab. Folgende Gitteranordnungen wurden untersucht:

Profil	NACA 15.4.15	VN 10/20
Schaufelwinkel	$\beta_s = 60^\circ$	$\beta_s = 50^\circ$
Teilungsverhältnisse	$t/l = 0,75$	$t/l = 1,0$

1. Einleitung

Für die Weiterentwicklung der Strömungsmaschinen ist eine systematische Erforschung der Strömung und der Strömungsverluste, die in ihrer Beschauelung auftreten, unerlässlich. Für die Beschauelung axialer Strömungsmaschinen ist dabei der Ausgangspunkt derartiger Untersuchungen die inkompressible ebene (zweidimensionale) Strömung durch ein gerades Schaufelgitter, das man bekanntlich durch Abwickeln eines coaxialen Zylinderschnittes durch das Lauf- bzw. Leitrad erhält (Abb. 1).

Die Verluste der ebenen Gitterströmung können nach einem von H. Schlichting und N. Scholz in [1] angegebenen Verfahren mit guter Genauigkeit theoretisch vorausberechnet werden. Der Ausgangspunkt für diese Berechnung der ebenen Gitterverluste ist die potentialtheoretische Druckverteilung um die Schaufelkontur. Darüber hinaus liefert die Druckverteilung auch wichtige Hinweise über das Verhalten der Schaufelgrenzschicht (Ablösung, Umschlag

*) Auszug aus der Diplom-Arbeit des Verfassers in der Abteilung Maschinenbau der T. H. Braunschweig, 1955.

laminar-turbulent). Die potentialtheoretische Druckverteilung um die Schaufelkontur kann grundsätzlich nach zwei verschiedenen Verfahren berechnet werden, nämlich nach der sogenannten Singularitätenmethode und mittels konformer Abbildung.

Bei der Singularitätenmethode wird die Schaufel durch eine stetige Verteilung von Singularitäten (Quellen, Senken, Wirbel) ersetzt, derart, daß die Schaufelkontur Stromlinie wird. Ein Verfahren, das auf diesem Prinzip beruht, wurde z. B. von *H. Schlichting* [2] angegeben (dort weitere Literatur). Dieses

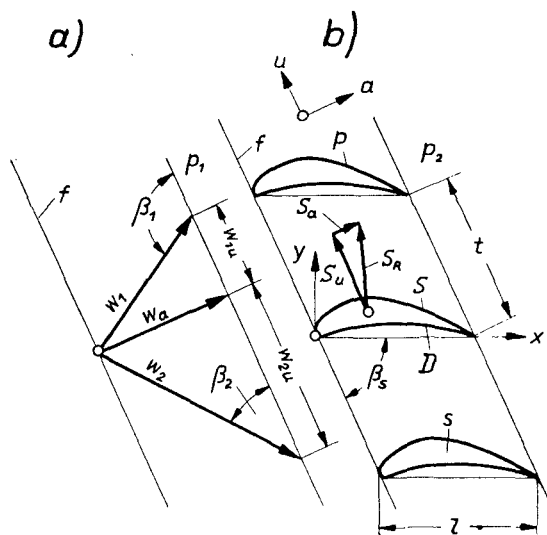


Abb. 1. Hauptbezeichnungen am Schaufelgitter

s Schaufel des Gitters, f Gitterfront, D Druckseite, S Saugseite, l Schaufellänge, t Teilung, β , Schaufelwinkel, x und y Koordinaten in Richtung von l bzw. senkrecht dazu, u und a Koordinaten in Richtung der Gitterfront bzw. senkrecht dazu, p_1 und p_2 statischer Druck weit vor bzw. weit hinter dem Gitter, p statischer Druck längs der Schaufelkontur, β_1 und β_2 Zu- bzw. Abströmwinkel, w_1 und w_2 Zu- bzw. Abströmgeschwindigkeit weit vor bzw. weit hinter dem Gitter, w_a und w_u bzw. w_{2u} Komponenten von w_1 bzw. w_2 in a - bzw. u -Richtung, S_R Schaufelkraft (resultierende Kraft auf eine Schaufel in reibungsfreier Strömung) mit den Komponenten S_a und S_u in a - bzw. u -Richtung.

a) Geschwindigkeitsplan, b) Gitter

Verfahren ist jedoch wegen der darin enthaltenen Näherungen auf Gitter mit stark gewölbten dicken Profilen, wie sie im Turbinenbau Verwendung finden, nicht anwendbar.

Bei den Verfahren, die das mathematische Hilfsmittel der konformen Abbildung [3] benutzen, wird die Gitterebene (vielfach zusammenhängendes Gebiet) in eine einfache geometrische Figur (Kreis o. a.) transformiert. Verfahren, die mit konformer Abbildung arbeiten, wurden von *F. Weinig* [4], *J. E. Garrick* [5] und *W. Traupel* [6] angegeben.

Schließlich sei noch auf die Möglichkeit hingewiesen, die potentialtheoretische Druckverteilung experimentell durch Ausnutzung der Analogie zwischen elektrischen und hydrodynamischen Stromgrößen zu bestimmen, z. B. [7], [8].

Diese Verfahren reduzieren unter Inkaufnahme eines gewissen versuchstechnischen Aufwandes den bei numerischen Verfahren für stark gewölbte Profile benötigten erheblichen Zeitaufwand zur Lösung der Aufgabe.

Im folgenden soll über einige Beispielrechnungen berichtet werden, die nach dem mit der konformen Abbildung arbeitenden *Traupelschen* Verfahren [6] in [11] durchgeführt wurden. Die Rechenergebnisse werden mit Meßwerten verglichen, die im Rahmen eines umfangreichen Forschungsprogramms über ebene Gitterströmungen im Institut für Strömungsmechanik der TH Braunschweig gewonnen wurden [9], [10].

2. Kurzer Abriss des Verfahrens von W. Traupel [6]

Die Gesamtaufgabe, d. h. die Berechnung der Druckverteilung am Profil und des Abströmwinkels β_2 für ein Schaufelgitter mit vorgegebener Gittergeometrie bei verschiedenen Zuströmwinkeln β_1 , wird unterteilt in die Berechnung einer Partikularlösung für einen bestimmten Zuströmwinkel und die anschließende Umrechnung dieser Lösung auf andere Zuströmrichtungen.

Für die Partikularlösung wird das gegebene Gitter durch eine Reihe konformer Abbildungen in eine einzige geschlossene Kontur übergeführt, die in jedem ihrer Punkte eine stetige Tangente besitzt, nach innen konkav ist und das Strömungsfeld einschließt. Die Gebiete unendlich weit vor und hinter dem Gitter werden durch je einen singulären Punkt im Innern der Kontur dargestellt. Die Strömungszustände in diesen unendlich entfernten Gebieten werden entsprechend dem über eine Teilung integrierten Zu- bzw. Abfluß und entsprechend den Strömungsrichtungen durch je eine Quelle (Senke) und je einen Wirbel in den singulären Punkten wiedergegeben. Damit kann die Bestimmung der Druckverteilung bzw. des Potentialverlaufes um die Schaufelkontur auf die Lösung einer Integralgleichung zurückgeführt werden. Sie wird nach dem Verfahren der schrittweisen Verbesserung gelöst. Da zwei Unbekannte zu bestimmen sind, nämlich Druckverteilung (Potentialverlauf) und Abströmwinkel, sind auch zwei Gleichungen notwendig. Als zweite Gleichung wird die Staupunkt-Bedingung (Geschwindigkeit gleich Null) für die Profilhinterkante bzw. für das Bild der Profilhinterkante in der konformen Abbildung formuliert.

Bei der Umrechnung der Partikularlösung auf andere Zuströmrichtungen geht man vom *Riemannschen* Satz über konforme Abbildung aus. Danach lassen sich schlichte oder schlichtartige, einfach zusammenhängende Gebiete immer eindeutig konform aufeinander abbilden. Das Strömungsgebiet im Inneren der oben (Partikularlösung) beschriebenen Kontur läßt sich also auch auf den Einheitskreis bzw. auf die obere Hälfte einer komplexen Ebene abbilden, wobei die Abbildungsfunktion zunächst noch unbekannt ist. Für die obere Halbebene und den Einheitskreis läßt sich eine universelle Lösung für den Potentialverlauf um die Schaufelkontur und für den Abströmwinkel β_2 angeben. Die universelle Lösung enthält als frei wählbaren Parameter den Zuströmwinkel β_1 und — entsprechend der unbekannten Abbildungsfunktion — als Unbekannte die konforme Zuordnung zwischen dem Fahrstrahlwinkel des Einheitskreises und der Profilkonturlänge sowie einen Parameter, der die Lage

der bereits erwähnten Singularitäten in der oberen Halbebene festlegt. Da beide Unbekannte nur von der Gittergeometrie abhängen, können sie durch Vergleich der universellen Lösung für den Zuströmwinkel der Partikularlösung mit den bekannten Ergebnissen der Partikularlösung bestimmt werden.

3. Ergebnisse der Rechnung

Die beiden untersuchten Schaufelprofile sind in Abb. 2 dargestellt. Die Angaben zur Geometrie der beiden untersuchten Gitter sind in untenstehender Tabelle 1 angegeben, vgl. auch Abb. 3 und 4.

a)



b)

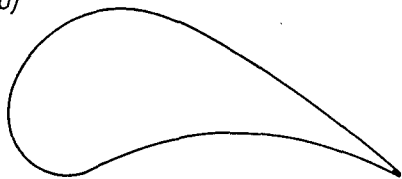


Abb. 2. Untersuchte Schaufelprofile
a) NACA 15.4.15 b) VN 10/20

Tabelle 1. Gittergeometrie,
Bezeichnungen nach Abb. 1

Profil	t/l	β_S	β_1
NACA 15.4.15	0,75	60°	70° bis 120°
VN 10/20	1,0	50°	75° bis 135°

Das Profil NACA 15.4.15 stellt eine Erweiterung der alten vierstelligen NACA Systematik nach NACA Report 460 dar. Seine Koordinaten sind in Tabelle 2 angegeben, wobei die Indizes D und S die Druck- bzw. Saugseite des Profils kennzeichnen, vgl. Abb. 1.

Tabelle 2. Koordinaten des Profils NACA 15.4.15

$100 \cdot \frac{x}{l}$	-0,05	0	1,25	2,5	5	7,5	10	15	20	25
$100 \cdot \frac{y_S}{l}$	1,5	3,46	5,60	7,19	9,79	11,97	13,77	16,72	19,00	20,62
$100 \cdot \frac{y_D}{l}$	1,5	0	-0,88	-1,06	-0,77	-0,18	0,52	2,13	3,76	5,21
$100 \cdot \frac{x}{l}$	30	40	50	60	70	80	90	95	100	
$100 \cdot \frac{y_S}{l}$	21,62	22,45	21,25	19,18	16,08	11,93	6,63	3,58	0,16	
$100 \cdot \frac{y_D}{l}$	6,38	7,75	7,98	7,63	6,68	5,03	2,73	1,38	-0,16	

- Rechnung nach Traupel [6]
 --- Rechnung nach Schlichting [2]
 ○ ● Messung nach Scholz u. Speidel [10]

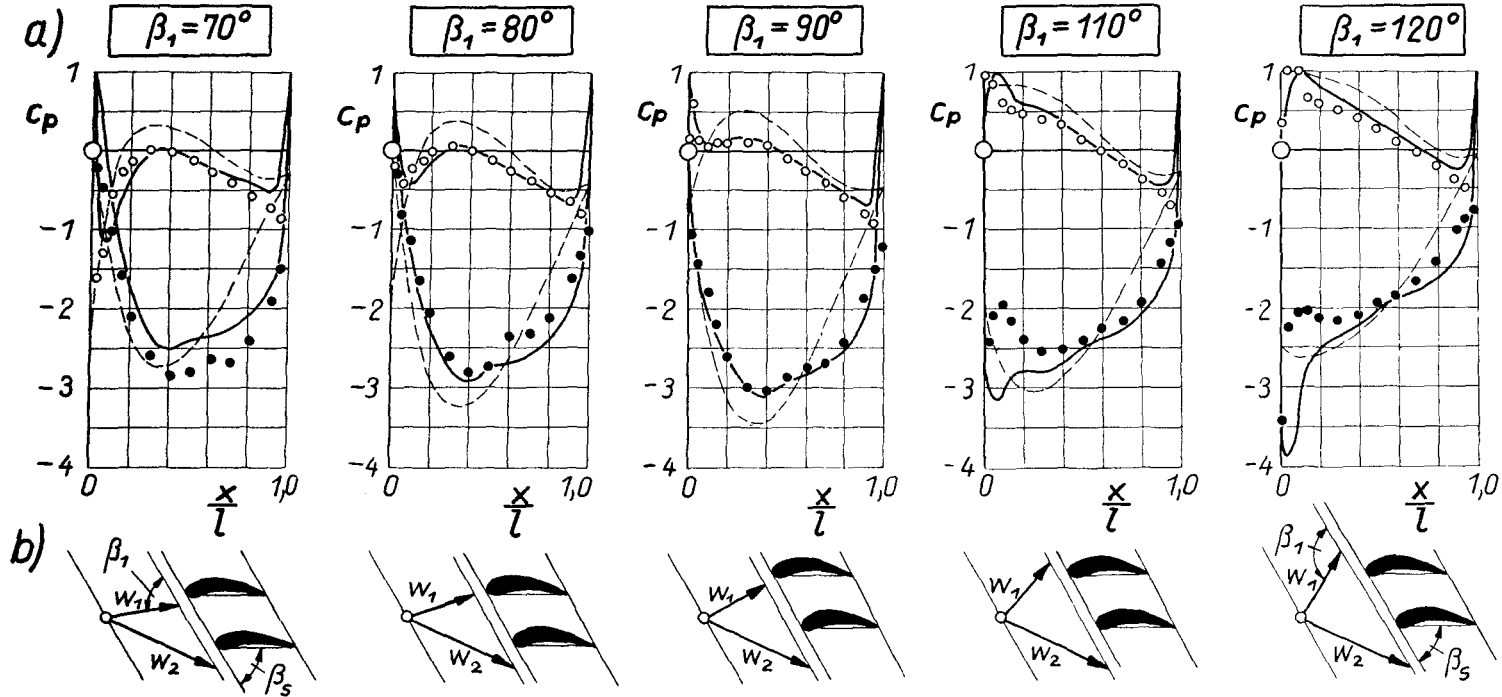


Abb. 3. Druckverteilungen an stark gewölbten Gitterprofilen, Vergleich von Theorie und Messung für ein Gitter aus Profilen NACA 15.4.15 ($t/l = 0,75$; $\beta_s = 60^\circ$) bei verschiedenen Zuströmrichtungen β_1
 a) Druckverteilungen ($\beta_1 = 90^\circ$ Partikularlösung), b) Geschwindigkeitspläne

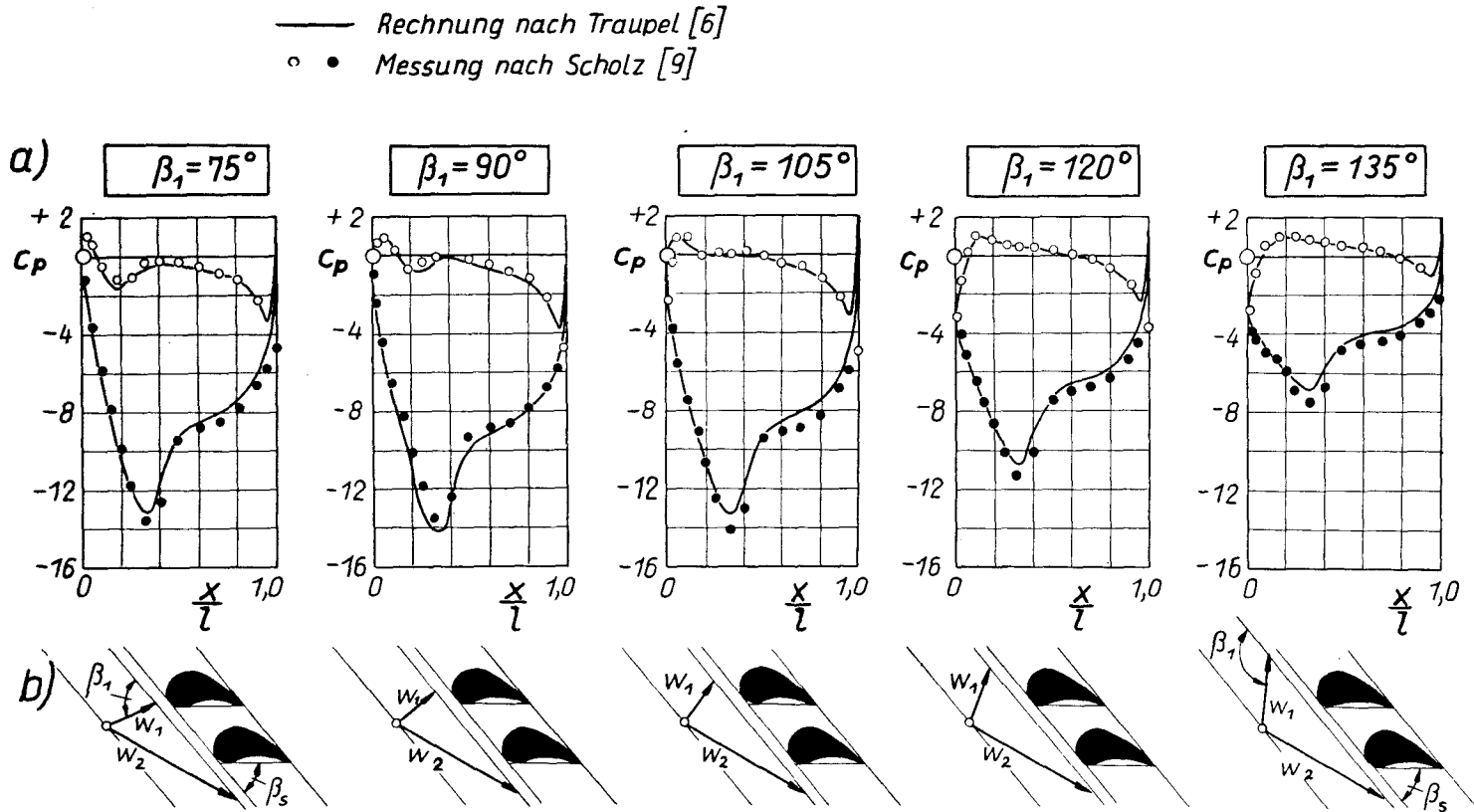


Abb. 4. Druckverteilungen an stark gewölbten Gitterprofilen. Vergleich von Theorie und Messung für ein Gitter aus Profilen VN 10/20 ($t/l = 1,0$; $\beta_s = 50^\circ$) bei verschiedenen Zuströmrichtungen β_1
 a) Druckverteilungen ($\beta_1 = 90^\circ$: Partikularlösung), b) Geschwindigkeitspläne

In den Abb. 3 und 4 sind für die untersuchten Gitteranordnungen die dimensionslosen Druckverteilungen auf der Schaufelkontur

$$c_p = \frac{p - p_1}{q_1}$$

über der Schaufelsehne aufgetragen. Dabei bedeutet $q_1 = \rho w_1^2/2$ den Staudruck der Zuströmgeschwindigkeit w_1 und p_1 den statischen Druck weit vor dem Gitter. Die Bilder zeigen den Vergleich zwischen den nach dem *Traupel*schen Verfahren [6] durchgerechneten Druckverteilungen und entsprechenden Meßergebnissen, die am ebenen Gitterversuchsstand des Institutes für Strömungsmechanik der TH Braunschweig (Grenzschichtabsaugung an allen Begrenzungswänden) gewonnen wurden [9], [10]. Diese Messungen wurden bei der auf die Abströmgeschwindigkeit w_2 bezogenen Reynoldszahl $Re_2 = w_2 \cdot l/\nu = 4 \cdot 10^5$ ausgeführt. In Abb. 3 sind außerdem auch noch die nach dem Singularitätenverfahren von *H. Schlichting* [2] berechneten Druckverteilungen eingetragen.

Die Auftragungen ergeben für die meisten Zuströmrichtungen eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen Messung und Theorie (*Traupel*). Lediglich bei dem Gitter mit dem mäßig dicken Profil NACA 15.4.15 treten in der Nähe der Eintrittsebene bei den Zuströmwinkeln $\beta_1 = 110^\circ$ und $\beta_1 = 120^\circ$ größere Abweichungen zwischen Theorie und Messung auf. Diese Abweichungen dürften in der Hauptsache auf dem Vorhandensein eines Eintrittsstoßes mit zeitweiliger Ablösung der wirklichen Strömung beruhen (starker Druckanstieg in diesem Bereich!), da bei diesem Profil die Nase relativ scharf und somit auch empfindlicher gegenüber Änderungen der Zuströmrichtung ist als etwa die des sehr dicken Profils VN 10/20. Für das sehr dicke Profil ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung durchweg sehr gut. Die in der stark beschleunigten Turbinenströmung sehr dünne Schaufelgrenzschicht hat also keinen nennenswerten Einfluß auf die Druckverteilung um die Schaufelkontur. Die nach dem Verfahren von *H. Schlichting* [2] berechneten und in die Auftragungen der Abb. 3 eingetragenen Druckverteilungen weisen dagegen schon beträchtliche Abweichungen gegenüber den Meßwerten auf. Diese Erscheinung war von vornherein zu erwarten, da das Verfahren wegen der in ihm enthaltenen Voraussetzungen ausdrücklich auf schwach gewölbte Profile mäßiger Dicke beschränkt ist. Die Kurven sollen lediglich den Gültigkeitsbereich dieser einfachen Singularitätenmethode veranschaulichen. Eine Wölbung von 15 %, wie sie das Profil NACA 15.4.15 aufweist, überschreitet offensichtlich bereits den Gültigkeitsbereich des Verfahrens.

Abb. 5 zeigt den Vergleich von Theorie und Messung für die Abströmwinkel. Man sieht, daß die Abströmwinkel stärker als die Druckverteilung von der Schaufelgrenzschicht beeinflusst werden, und zwar ist die Beeinflussung bei dem dünneren Profil NACA 15.4.15 stärker als beim sehr dicken Profil VN 10/20. Ferner kann man feststellen, daß die Art der Beeinflussung bei beiden Profilen verschieden ist. Während beim mäßig dicken Profil NACA 15.4.15 die gemessenen Abströmwinkel größer sind als die berechneten, sind bei dem sehr dicken Profil VN 10/20 die berechneten Abströmwinkel größer als die gemessenen. Allerdings muß beachtet werden, daß es sich bei den Meßwerten nicht um unmittelbare Winkelmessungen handelt, sondern um Werte, die aus den im Gitternachlauf gemessenen Geschwindigkeits-

verteilungen mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung berechnet wurden. Da mit diesen Winkeln zwar die Kontinuitätsgleichung, aber nicht zugleich der Impulssatz erfüllt wird, enthalten sie noch gewisse Fehlermöglichkeiten.

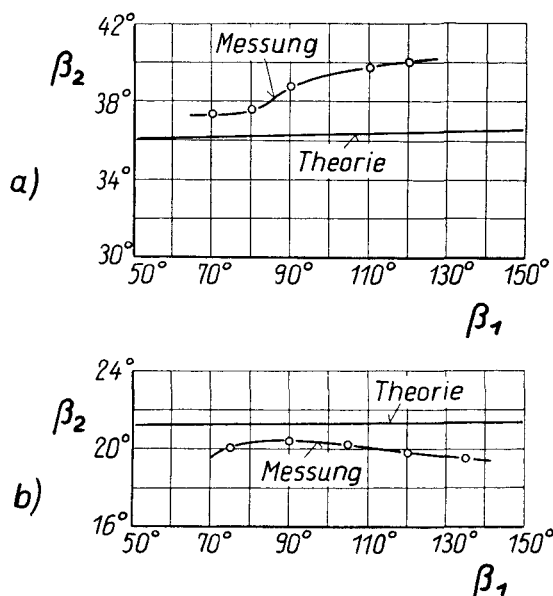


Abb. 5. Abströmwinkel β_2 in Abhängigkeit vom Zuströmwinkel β_1 , Vergleich von Theorie (Traupel [6]) und Messung (Scholz und Speidel [9], [10])

a) Gitter NACA 15.4.15 ($t/l = 0,75$; $\beta_s = 60^\circ$), b) Gitter VN 10/20 ($t/l = 1,0$; $\beta_s = 50^\circ$)

Das Verfahren von Traupel ist in der mathematischen Ableitung exakt, bedient sich jedoch bei der rechnerischen Durchführung weitgehend graphischer Methoden. Um die aufgezeigte gute Übereinstimmung zwischen den Rechnungen mit entsprechenden Meßergebnissen zu bekommen, ist — insbesondere bei der Behandlung der konformen Abbildungen — eine sehr hohe Arbeitsgenauigkeit notwendig. Bei der graphischen Differentiation der Potentialfunktion (Konturgeschwindigkeit) hat sich die Verwendung eines Spiegellineals sehr bewährt.

Eine Kontrollmöglichkeit für die Güte der Rechenergebnisse unter sich hat man durch Vergleich der aus der Druckverteilung am Profil ermittelten Schaufelkraft mit derjenigen, die man mit den Zu- und Abströmwinkeln aus dem Impulssatz erhält. Es sind dies mit den Bezeichnungen nach Abb. 1 (Breite der Strömungsschicht gleich 1):

	aus Druckverteilung	aus Impulssatz
Kraft in axialer Richtung (Schub) S_a	$q_1 \cdot \int (c_{pD} - c_{pS}) du$	$\rho t w_a (w_{2u} - w_{1u})$
Kraft in Umfangrichtung S_u	$q_1 \cdot \int (c_{pD} - c_{pS}) da$	$\rho t \frac{w_{1u} + w_{2u}}{2} (w_{2u} - w_{1u})$

Die Indices „ D “ und „ S “ kennzeichnen dabei die Druck- bzw. Saugseite des Profils. In Zahlen ergibt sich für die Partikularlösungen mit $\beta_1 = 90^\circ$ die folgende Übersicht:

$\beta_1 = 90^\circ$		aus Druckverteilung	aus Impulssatz
NACA	$S_a/q_1 l$	11,10	11,71
15.4.15	$S_u/q_1 l$	16,70	17,16
VN 10/20	$S_a/q_1 l$	42,00	41,74
	$S_u/q_1 l$	32,10	32,39

Zum Schluß sei noch ein Vergleich zwischen dem Singularitätenverfahren von *H. Schlichting* [2] und dem *Traupel*schen Verfahren [6] mitgeteilt. Es soll der Zeitaufwand für die vollständige potentialtheoretische Berechnung eines Gitters bei sechs verschiedenen Zuströmwinkeln verglichen werden: Während nach dem Verfahren von *H. Schlichting* für diese Aufgabe eine Berechnungsdauer von etwa drei Tagen anzusetzen ist, erfordert das Verfahren von *W. Traupel* eine solche von etwa vier Wochen, und zwar etwa drei Wochen davon für die Partikularlösung und eine knappe Woche für die Umrechnung der Partikularlösung auf andere Zuströmrichtungen. Dieser Vergleich darf nun keineswegs als Wertmaßstab betrachtet werden. Das Verfahren von *H. Schlichting* ist, wie auch die in Abb. 3 eingetragenen Druckverteilungen zeigen, auf Profile schwacher Wölbung und Dicke (Verdichterschaukeln) beschränkt, für die es gute Ergebnisse liefert [2]. Der Vergleich des Zeitbedarfs soll auf die großen Schwierigkeiten hinweisen, die sich bei der potentialtheoretischen Berechnung stark gewölbter Turbinenbeschaukelungen ergeben.

Literatur

- [1] *Schlichting, H., Scholz, N.*, Über die theoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters. Ing.-Arch. **19**, 1951, S. 42/65.
- [2] *Schlichting, H.*, Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forschungsheft 447, Düsseldorf 1955.
- [3] *Betz, A.*, Konforme Abbildung. Berlin 1948.
- [4] *Weinig, F.*, Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinen. Leipzig 1935.
- [5] *Garrick, J. E.*, On the plane potential flow past a lattice of arbitrary airfoils. NACA Report No. 788 (1944).
- [6] *Traupel, W.*, Die Berechnung der Potentialströmung durch Schaufelgitter. Sulzer Techn. Rundschau Nr. 1 (1945).
Traupel, W., Zur Potentialtheorie des Schaufelgitters. Sulzer Techn. Rundschau, Nr. 2 (1948).
- [7] *Haller, P. de.*, Anwendung der elektrischen Analogie zur Untersuchung von Schaufelgittern. Sulzer Techn. Rundschau Nr. 3/4 (1947).
- [8] *Otsuka, Sh.*, Latticed wing solution with the aid of electricity. Proc. of the Second Japan Nat. Congress for Appl. Mech., 1952.
- [9] *Scholz, N.*, Experimentelle Untersuchung des Schaufelgitters VN 10/20. Bericht 52/25 des Inst. f. Strömungsmechanik der TH Braunschweig (1952).
- [10] *Scholz, N., Speidel, L.*, Ergebnisse systematischer Untersuchungen an ebenen Schaufelgittern. Teil VII: Theoretische und experimentelle Ergebnisse für das Profil NACA 15.4.15. Bericht 54/31 des Inst. f. Strömungsmechanik der TH Braunschweig (1954).
- [11] *Hubert, G.*, Berechnung der Strömung durch ein ebenes Schaufelgitter mit stark gewölbten Profilen. Diplom-Arbeit Nr. 42 des Inst. f. Strömungsmechanik der TH Braunschweig (1955).